MODUL PEMBELAJARAN SMA

MATA PELAJARAN : FISIKA

KELAS : XI MIA

MATERI : GELOMBANG BERJALAN DAN GELOMBANG STASIONER

URAIAN MATERI

Pengantar

Gelombang adalah getaran yang merambat baik melalui medium (gelombang transversal dan gelombang longitudinal) maupun tidak melalui medium (gelombang elektromagnetik).

Persamaan gelombang secara umum adalah :

$$v = \lambda \, x \, f \quad \text{atau} \; v = \frac{\lambda}{T}$$

Keterangan :

v = kecepatan rambat gelombang (m/s)

λ = panjang gelombang (m)

f = frekuensi gelombang (Hz)

T = periode gelombang (s)

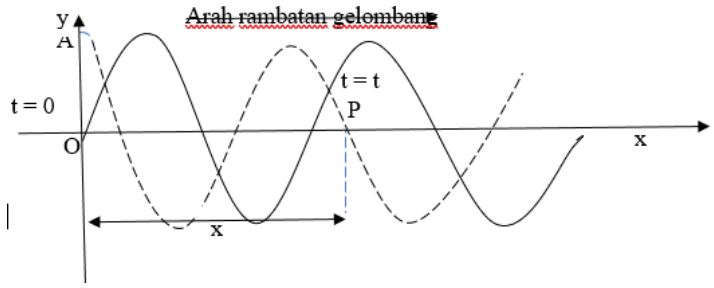
Gelombang Berjalan

a. Pengertian

Gelombang berjalan adalah gelombang yang amplitudo dan fasenya sama di setiap titik yang dilalui gelombang. Suatu gelombang dimana setiap titik yang dilalui oleh gelombang tersebut bergetar harmonis dengan amplitudo yang sama besar. Amplitudo pada tali yang digetarkan terus menerus akan selalu tetap, oleh karenanya gelombang yang memiliki amplitudo yang tetap setiap saat disebut gelombang berjalan.

b. Persamaan Simpangan

Seutas tali yang cukup panjang digetarkan sehingga pada tali terbentuk gelombang transversal berjalan. Gelombang merambat dari titik *O* sebagai pusat koordinat menuju arah sumbu *x*-positif, seperti tampak pada gambar.



Jika titik *O* telah bergetar secara periodik selama *t* detik, maka simpangan gelombang di titik *O* akan memenuhi simpangan getaran harmonis, yaitu

$$y = A \sin \omega t$$

Keterangan :

$y =$ simpanan gelombang (m)

$A =$ amplitudo (m)

$\omega =$ kecepatan sudut (rad/s)

$\omega = 2\pi f,$ dengan f adalah frekuensi (Hz)

$t =$ waktu (s)

Oleh karena $\omega = 2\pi f$, atau bisa juga $\omega = 2\pi \frac{1}{T}$, maka persamaan $y = A\sin \omega t$ di atas dapat ditulis menjadi:

$$y = A \sin 2\pi f t \text{ atau } y = A \sin \frac{2\pi}{T} t$$

Gelombang merambat dari titik O sepanjang sumbu-x positif. Sebuah titik P bergerak x dari titik O akan ikut bergetar karena adanya rambatan getaran dari titik O ke titik P. Gelombang yang terbentuk itu disebut gelombang berjalan. Waktu yang diperlukan oleh gelombang untuk merambat dari titik *O* ke titik *P* adalah $t_p = \frac{x}{v}$ sekon .

Jika titik *O* telah bergetar selama *t* sekon dan waktu yang dibutuhkan oleh gelombang untuk merambat sampai di titik *P* adalah $t_p = \frac{x}{v}$ sekon , maka titik *P* baru bergetar selama

$(t - t_p) = (t - \frac{x}{v})$ sekon. Sehingga kita dapat menentukan persamaan persimpangan gelombang di titik P menjadi $y_p = A \sin \omega\left(t - \frac{x}{v}\right)$. Oleh karena $\omega = 2\pi f$, atau bisa juga $\omega = 2\pi \frac{1}{T}$, maka persamaan $y_p = A \sin \omega\left(t - \frac{x}{v}\right)$ dapat ditulis menjadi:

$y_p = A \sin \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{v}\right)$, kita subtitusi nilai $\omega = 2\pi \frac{1}{T}$, maka diperoleh persamaan: $y_p = A \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{Tv}\right)$, karena $Tv = \lambda$, maka persamaan $y_p = A \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{Tv}\right)$ menjadi $y_p = A \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$. Mari kita ganti $\frac{2\pi}{T} = \omega \rightarrow$ kecepatan sudut, dan $\frac{2\pi}{\lambda} = k \rightarrow$ bilangan gelombang, sehingga di peroleh

$$y_p = A \sin(\omega t - kx)$$

Sehingga disimpulkan persamaan umum gelombang berjalan adalah

$$y_p = \pm A \sin(\omega t \pm kx)$$

Keterangan :

y = simpanan gelombang (m)
A = amplitudo (m)
ω = kecepatan sudut (rad/s)
t = waktu/ lamanya gelombang bergetar (s)
T = periode gelombang (s)
k = bilangan gelombang (rad/m)
x = jarak titi k ke sumber getar (m)
λ = panjang gelombang (m)

Keterangan :

$+ \text{A} = \text{simpangan gelombang/ amplitudo awalnya ke atas}$

$- \text{A} = \text{simpangan gelombang/ amplitudo awalnya ke bawah}$

$-k = \text{gelombang merambat ke kanan}$

$+ k = \text{gelombang merambat ke kiri}$

Contoh Soal 1

Gelombang transversal merambat sepanjang tali AB. Persamaan gelombang di titik B dinyatakan sebagai berikut: $y_B = 0.08 \sin 20\pi\,(t_A + \frac{x}{5})$. Semua besaran menggunakan satuan dasar SI. Jika *x* adalah jarak AB. Hitunglah:

a. Amplitudo
b. Frekuensi
c. Cepat rambat gelombang

Penyelesaiannya:

Diketahui : $y_B = 0.08 \sin 20\pi\,(t_A + \frac{x}{5})$

Ditanya : A; *f*; dan *v* ?

Jawab:

a. A ?

Persamaan umum gelombang adalah

$$y_p = \pm A \sin(\omega t \pm kx)$$

Maka, persamaan gelombang $y_B = 0.08 \sin 20\pi\,(t_A + \frac{x}{5}) \Rightarrow y_B = 0{,}08 \sin\left(20\pi t_A + \frac{20\pi x}{5}\right)$ atau menjadi $y_B = 0.08 \sin\left(20\,\pi\, t_A + 4\pi x\right)$.

Maka, diperoleh besarnya amplitudo adalah 0,08 m.

b. f ?

$\omega = 2\pi f$

$20\pi = 2\pi f \Rightarrow f = 10\ Hz$

c. v ?

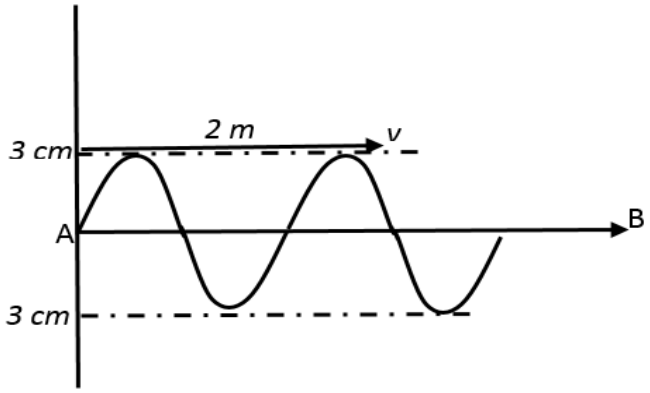
$v = \lambda\ x\ f$. Karena λ belum diketahui nilainya, maka kita cari terlebih dahulu nilai λ .

$k = \dfrac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow 4\pi = \dfrac{2\pi}{\lambda}$, sehingga $\lambda = \dfrac{2\pi}{4\pi} = 0{,}5$ m.

Maka, cepat rambat gelombang, $v = ? \Rightarrow v = \lambda\ x\ f \Rightarrow v = 0{,}5\ x\ 10 = 5\ m/s$

Contoh Soal 2

Suatu gelombang berjalan merambat melalui permukaan air dengan data seperti pada diagram berikut.



Bila *AB* ditempuh dalam waktu 8 s, maka nyatakan diagram tersebut dalam persamaan gelombang berjalannya!

Penyelesaiannya:

Diketahui : Amplitudonya 3 cm = 0,03 m. Dan gelombang merambat ke kanan maka bilangan gelombangnya adalah "- "(min)

Ditanya : Persamaan gelombang berjalannya ?

Jawab:

Dari gambar terdapat 2 bukit dan 1 lembah, maka ada 2 gelombang yang dibentuk dengan panjangnya 2 m, maka

$2\lambda = 2\,\text{m}$

$\lambda = 1\,\text{m}$

Selanjutnya, waktu tempuh *AB* adalah 8 s, maka

$$2T = 8\,\text{s}$$
$$T = 4\,\text{s}$$

Setelah itu, kita cari kecepatan sudutnya ω?

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\,\pi}{4} \Rightarrow \omega = 0{,}5\,\pi$$

kemudian, kita cari bilangan gelombangnya k?

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow k = \frac{2\,\pi}{1} \Rightarrow k = 2\,\pi$$

Maka, persamaan gelombang untuk diagram gelombang diatas adalah:

$$y = 0{,}03 \sin\left(0{,}5\,\pi\ \text{t} - 2\pi\ \text{x}\right)$$

atau

$$y = 0{,}03 \sin\ \pi\left(0{,}5\,\text{t} - 2\,\text{x}\right)$$

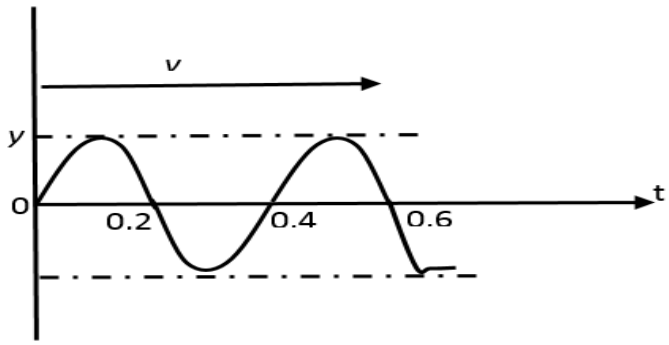
Kerjakan Tugas Berikut!

Tugas 1

Persamaan untuk gelombang transversal mempunyai bentuk $\text{y} = 2\sin\ 2\pi\left(\frac{\text{t}}{0{,}01} - \frac{\text{x}}{30}\right)$ **, dengan *x* dan *y* dalam cm dan *t* dalam detik, maka hitunglah:**

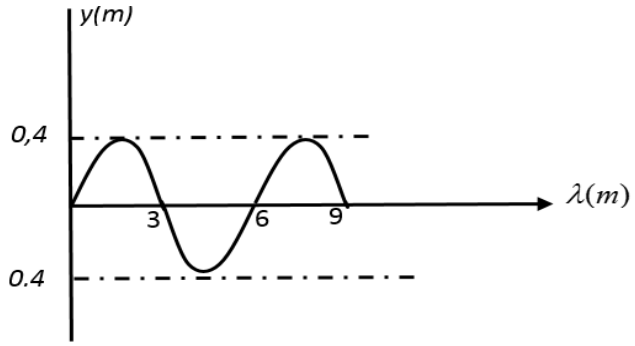
a. Amlitudo gelombang
b. Panjang gelombang
c. Frekeunsi gelombang
d. Cepat rambat gelombang

Tugas 2
Perhatikan gambar berikut ini



Dari grafik simpangan gelombang sebagai fungsi waktu di atas, bila cepat rambat gelombangnya 4 m/s. Maka panjang gelombangnya adalah ...

Tugas 3
Grafik di bawah ini menunjukkan perambatan gelombang tali.



Jika periode gelombang 4 s, maka persamaan elombannya adalah ....

c. Persamaan Kecepatan

Kecepatan merupakan turunan pertama dari jarak (simpangan). Dengan demikian, persamaan kecepatan gelombang berjalan adalah persamaan yang diturunkan dari persamaan persimpangan. Secara matematis, jika kita ambil persamaan gelombang yang simpangan awal ke atas dan arah rambatnya ke kanan, maka kita dapat turunkan persamaan kecepatannya sebagai berikut:

$$v = \frac{dy}{dt}$$

$$v = \frac{d\left(A \sin \left(\omega t\text{-}kx\right)\right)}{dt}$$

$$v = A \cos \left(\omega t\text{-}kx\right).\omega$$

Sehingga dapat di tulis

$$v = A\ \omega\ \cos\ \left(\omega\ t - kx\right)$$

d. Persamaan Percepatan

Seperti halnya percepatan, kita dapat mencari persamaan percepatan, dimana persamaan percepatan merupakan turunan pertama dari persamaan kecepatan. Secara matematis, kita dapat mencari persamaan percepatan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

$$a = \frac{d^2y}{d^2t} = \frac{dv}{dt}$$
$$a = \frac{d(A\omega\cos(\omega t - kx))}{dt}$$
$$a = A\omega - \sin(\omega t - kx)\omega$$

Sehingga, persamaan percepatan gelombang berjalan adalah sebagai berikut:

$$a = -A\,\omega^2\ \sin\ (\omega\ t - kx)$$

e. Sudut Fase, Fase dan Beda Fase

Sudut fase adalah sudut yang ditempuh benda yang bergetar. Sudut fase dinyatakan dalam fungsi sinus dari persamaan fungsi gelombang. Fase gelombang adalah besaran yang berkaitan dengan simpangan dan arah gerak gelombang. Beda fase adalah perbedaan fase gelombang atau tahapan gelombang.

Tiga variabel tersebut di atas, kita turunkan dengan mudah dari persamaan gelombang berjalan. Misalkan, sebuah persamaan persimpangan gelombang yang simpangan awalnya ke atas dan arah rambatnya ke kanan.

$$y_p = A\sin(\omega t - kx)$$

Maka, sudut fasenya adalah

$$\theta_p = \omega t - kx,$$

sedangkan beda fase adalah kita peroleh

$$\varphi = \frac{\theta_P}{2\pi} = \frac{\omega t - kx}{2\pi} = \frac{\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x}{2\pi} = \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}$$

Beda fase berarti selisih fase, maka beda fase $(\Delta\varphi)$ kita turunkan sebagai berikut:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$

$$\Delta\varphi = \left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda}\right) - \left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda}\right)$$

$$\Delta\varphi = -\frac{x_2}{\lambda} - \left(-\frac{x_1}{\lambda}\right)$$

$$\Delta\varphi = -\frac{x_2}{\lambda} + \frac{x_1}{\lambda}$$

$$\Delta\varphi = -\left(\frac{x_2 - x_1}{\lambda}\right)$$

Sehingga di peroleh beda fase $(\Delta\varphi)$ adalah

$$\Delta\varphi = -\left(\frac{\Delta x}{\lambda}\right)$$

Dua buah titik dikatakan sefase, bila $\theta_P = 2n\pi$ atau $\Delta\varphi = n$ dengan $\mathrm{n} = 0, 1, 2, 3, \ldots$

Dan dua titik dikatakan memiliki fase berlawanan, bila $\theta_P = (2n+1)\pi$ atau $\Delta\varphi = \frac{1}{2}(2n+1)$ dengan $\mathrm{n} = 0, 1, 2, 3, \ldots$

Contoh Soal 3

Suatu gelombang yang frekuensinya 500 Hz merambat dengan kecepatan 300 m/s. Berapakah jarak antara dua titik yan berbeda sudut fase 60^0?

Penyelesaiannya:

Diketahui : $f = 500\ Hz$

$v = 300\ m/s$

$\Delta\theta_P = 60^0$

Ditanya : Δx?

Jawab:

Tentukan dahulu panjan gelomban

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{300}{500} = \frac{3}{5}\ \mathrm{m}$$

Kemudian, gunakan rumus beda fase berikut.

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta x}{\lambda}$$

$$\Delta x = \lambda\Delta\varphi$$

$$\Delta x = \frac{3}{5}\frac{\Delta\theta_P}{2\pi}$$

$$\Delta x = \frac{3}{5}\frac{60}{2\,\mathrm{x}\,180} = \frac{3}{5}\frac{60}{360}$$

$$\Delta x = \frac{1}{10} = 0{,}1\,\mathrm{m}$$

Gelombang Stasioner

a. Pengertian

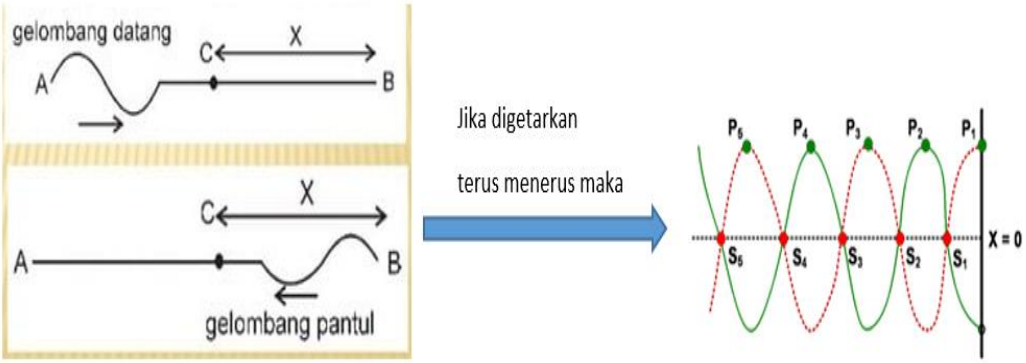
Gelombang stasioner adala jenis gelombang yang terjadi karena interferensi terus menerus antara gelombang datang dan gelomban pantul dengan arah berlawanan.

Saat membahas gelombang stasioner, kita akan bertemu dengan istilah perut dan simpul. Perut adalah titik amplitudo maksimum, sedangkan simpul adalah titik amplitudo minimum.

Gelombang stasioner ini dikenal juga dengan nama gelombang berdiri atau gelombang tegak. Gelombang stasioner ini dapat dibagi menjadi dua kelompok besar yaitu: Gelombang stasioner ujung bebas, dan gelombang stasioner yang diakibatkan oleh pemantulan di ujung terikat.

b. Gelombang Stasioner Ujung Bebas

Gelombang stasioner ujung bebas tidak mengalami pembalikan fase. Artinya, fase gelombang datang dan pantulnya sama. Dengan demikian, beda fasenya sama dengan nol.



Dari gambar diatas, terlihat dua buah gelombang, yaitu gelombang datang dan gelombang pantul, sehingga terdapat dua buah persamaan gelombang berjalan, yakni

$$y_1 = A \sin(\omega t - kx)$$
$$y_2 = A \sin(\omega t + kx)$$

Perpaduan antara persamaan gelombang datang dan gelombang pantul pada ujung bebas akan menghasilkan persamaan berikut:

$$y_1 = A \sin(\omega t - kx)$$
$$y_2 = A \sin(\omega t + kx)$$
$$\text{gelombang stasioner} = y_1 + y_2$$
$$y_1 + y_2 = A \sin(\omega t - kx) + A \sin(\omega t + kx)$$
$$y_1 + y_2 = 2A\cos(kx)\sin(\omega t)$$

Sehingga persamaan gelombang stasioner ujung bebas adalah :

$$y_1 + y_2 = 2A\cos(kx)\sin(\omega t)$$
$$y_s = 2A\cos(kx)\sin(\omega t)$$

Sedangkan amplitudo untuk gelombang stasioner ujung bebas, dapat disimpulkan:

$$A_s = 2A\cos(kx)$$

Untuk menentukan letak perut dari gelombang stasioner ujung bebas, maka kita menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$P_n = \frac{1}{2}\lambda n, \text{ dengan } n = 0,1,2,3,\ldots$$

Sedangkan untuk menentukan letak simpul dari gelombang stasioner ujung bebas, maka kita gunakan persamaan sebagai berikut:

$$s_n = \frac{1}{4}\lambda(2n+1), \text{ dengan } n = 0,1,2,3,\ldots$$

Contoh Soal 4

Sebuah gelombang stasioner pada pemantulan ujung bebas memiliki pola perut dan simpul. Simpul kesepuluh berjarak 2,25 m dari ujung bebas. Maka panjang gelombang stasioner tersebut adalah ....

Penyelesaiannya:

Diketahui : simpul ke-10 dan $x = 2{,}25$ m

Ditanya : λ?

Jawab:

Persamaan simpul pada gelombang stasioner pemantulan ujung bebas adalah:

$$s_n = \frac{1}{4}\lambda(2n+1), \text{ dengan } n = 0,1,2,3,\ldots$$

simpul ke-10 $\Rightarrow n = 9$

$$S_{ke-10} = \frac{1}{4}\lambda(2n+1)$$

$$S_{ke-10} = \frac{1}{4}\lambda(2(9)+1)$$

$$2{,}25 = \frac{1}{4}\lambda(18+1)$$

$$2{,}25 = \frac{\lambda}{4}19$$

$$2{,}25 = \frac{19 \text{ x } \lambda}{4}$$

$$2{,}25 \text{ x } 4 = 19 \text{ x } \lambda$$

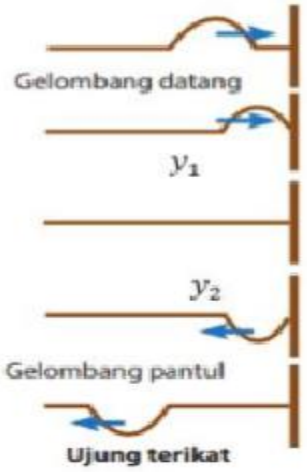
$$9 = 19 \text{ x } \lambda$$

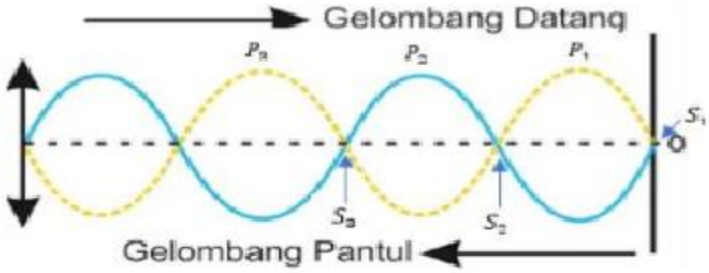
$$\lambda = \frac{9}{19} = 0{,}47 \text{ cm}$$

jadi panjang gelombang stasioner tersebut adalah 0,47 m atau 47 cm

c. Gelombang Stasioner Ujung Terikat/ Ujung Tetap

Berbeda dengan gelombang stasioner ujung bebas, pada ujung tetap/terikat terjadi pembalikan fase sebesar $\varphi = \frac{1}{2}\pi$ sehingga beda fasenya $\Delta\varphi = \frac{1}{2}\pi$





Dari gambar diatas, terlihat dua buah gelombang, yaitu gelombang datang dan gelombang pantul, sehingga terdapat dua buah persamaan gelombang berjalan, yakni

$$y_1 = A \text{ Sin } (\omega t - kx)$$

$$y_2 = -A \text{ Sin } (\omega t + kx)$$

Perpaduan antara persamaan gelombang datang dan gelombang pantul pada ujung bebas akan menghasilkan persamaan berikut:

$$y_1 = A \operatorname{Sin}(\omega t - kx)$$

$$y_2 = -A \operatorname{Sin}(\omega t + kx)$$

$$\text{gelombang stasioner} = y_1 + y_2$$

$$y_1 + y_2 = A \operatorname{Sin}(\omega t - kx) + \left(-A \operatorname{Sin}(\omega t + kx)\right)$$

Sehingga persamaan gelombang stasioner ujung bebas adalah :

$$y_s = 2A \operatorname{Sin}(kx) \cos(\omega t)$$

Sedangkan amplitudo untuk gelombang stasioner ujung terikat/tetap, dapat disimpulkan:

$$A_s = 2A \operatorname{Sin}(kx)$$

Untuk menentukan letak perut dari gelombang stasioner ujung terikat/tetap, maka kita menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$P_n = \frac{1}{4}\lambda(2n+1)$$

$$\text{dengan } n = 0,1,2,3,....$$

Sedangkan untuk menentukan letak simpul dari gelombang stasioner ujung terikat/tetap, maka kita gunakan persamaan sebagai berikut:

$$s_n = \frac{1}{2}\lambda n$$

$$\text{dengan } n = 0,1,2,3,....$$

Contoh Soal 5

Sebuah gelombang stasioner memiliki persamaan $y = 0{,}09 \text{ Sin } \frac{2\pi x}{6} \text{ Cos } 240\ \pi t$, x dan y dalam meter, t dalam s. Maka letak perut ke-4 dari ujung pantulnya adalah ....

Penyelesaiannya:

Diketahui : persamaan gelombang stasioner pemantulan ujung tetap/terikat

$$y = 0{,}09 \text{ Sin } \frac{2\pi x}{6} \text{ Cos } 240\ \pi t$$

Ditanya : letak perut ke - 4, $P_{ke\text{-}4}$?

Jawab:

Kita telah mengetahui persamaan gelombang stasioner ujung tetap/terikat, yaitu:

$$y_s = 2A \text{ Sin } (\text{kx}) \cos(\omega t)$$

Sekarang kita bandingkan persamaan gelombang stasioner ujung tetap/terikat diatas dengan persamaan yang diketahui pada soal:

$$y = 0{,}09 \operatorname{Sin} \frac{2\pi x}{6} \operatorname{Cos} 240\ \pi t$$

Maka kita mengetahui, nilai $k = \frac{2\pi}{6}$ dan nilai $\omega = 240\pi$

Masalah yang harus kita selesaikan adalah letak perut ke-4, maka persamaan letak perut gelombang stasiner ujung tetap/terikat adalah

$$P_n = \frac{1}{4}\lambda(2n+1)$$
$$\text{dengan } n = 0,1,2,3,....$$

Agar kita bisa mencari letak perut, maka kita cari terlebih dahulu nilai panjang gelombangnya (λ)

rumus $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, dari soal nilai $k = \frac{2\pi}{6}$

maka, nilai panjang gelombangn ya $(\lambda) = 6$

maka =

perut ke - 4 $\Rightarrow n = 3$

$$P_{ke-4} = \frac{1}{4}\lambda(2n+1)$$

$$P_{ke-4} = \frac{1}{4}6(2(3)+1)$$

$$P_{ke-4} = \frac{6}{4}(6+1)$$

$$P_{ke-4} = \frac{6}{4}(7)$$

$$P_{ke-4} = \frac{42}{4}, P_{ke-4} = 10{,}5 \text{ m}$$

Jadi, letak perut ke-4 dari ujung pantul sebuah gelombang stasioner dengan persamaan $y = 0{,}09 \operatorname{Sin} \frac{2\pi x}{6} \operatorname{Cos} 240\ \pi t$ adalah 10,5 meter.

Kerjakan Tugas Berikut !

Tugas 4

Gelombang stasioner dapat terjadi karena superposisi gelombang datang dan gelombang pantul oleh ujung bebas. Titik simpul yang kesepuluh berjarak 1,52 m dari ujung bebasnya. Jika frekuensi gelombangnya itu 100 Hz, maka cepat rampat gelombangnya adalah ....

Tugas 5

Seutas tali panjang 3 m, salah satu ujungnya diikat dan ujung lainnya digetarkan terus menerus sehingga membentuk gelombang stasioner. Pada tali terbentuk 3 gelombang penuh. Bila diukur dari ujung terikat, maka perut ketiga terletak pada jarak ....